

## Probeklausur zu Schließende Statistik 15.01.14

### Aufgabe 1 (13 Punkte)

In den letzten Jahren gab es in Deutschland immer wieder Diskussionen um die Besetzung und die Altersstruktur von Aufsichtsräten.

- a) Während hierzulande aktuell noch über die Einführung einer Frauenquote in Aufsichtsräten diskutiert wird, ist dies in Norwegen bereits seit 2005 Realität: 40% aller Aufsichtsratsposten sind dort an Frauen vergeben. 4 P.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit,

- aa) dass sich unter 10 zufällig ausgewählten norwegischen Aufsichtsräten weniger als 4 Frauen befinden.
- ab) dass von 2 zufällig ausgewählten norwegischen Aufsichtsräten beide Männer sind.
- ac) dass sich unter 30 zufällig ausgewählten norwegischen Aufsichtsräten mindestens 15, aber höchstens 18 Frauen befinden.
- b) Das Alter deutscher Aufsichtsräte sei normalverteilt und liege im Erwartungswert bei 53 Jahren, während die Standardabweichung 6 betrage. 5 P.
- ba) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter deutscher Aufsichtsrat älter als 45 Jahre ist.
- bb) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Altersdurchschnitt von fünf zufällig ausgewählten Aufsichtsräten zwischen 50 und 55 Jahren liegt.
- bc) Wie alt sind die 20% ältesten deutschen Aufsichtsräte mindestens?
- c) In Deutschland wurde im April eine Frauenquote von 20% vorgeschlagen. Eine Stichprobe aus 100 deutschen Unternehmen ergab, dass diese Quote bislang gerade einmal acht Unternehmen erfüllen. 4 P.
- Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil der Unternehmen, die diese Quote *nicht* erfüllen. Verwenden Sie dazu ein Konfidenzniveau von 90% und interpretieren Sie das Ergebnis kurz.

### Aufgabe 2 (15 Punkte)

- a) Ein Unternehmen veröffentlicht seine letzten 10 Quartalsgewinne (in Millionen Euro):

1,2 -0,9 0,4 0,1 -0,2 0,8 -2,7 0,5 0,5 0

Zwar ist die Verteilung der Unternehmensgewinne unbekannt, jedoch geht der Leiter des Risikomanagements des Unternehmens von einer Varianz von 1,21 aus.

- aa) In welches Intervall fällt der durchschnittliche Gewinn des Unternehmens mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%? 3 P.
- ab) Ein Praktikant errechnet aus den obigen zehn Werten zu einem für Sie unbekanntem Niveau  $\alpha$  ein Konfidenzintervall für den durchschnittlichen Gewinn von  $[-0,07; 0,05]$ . Erläutern Sie kurz, warum dieses Ergebnis falsch sein muss. 2 P.
- ac) Berechnen Sie ein Konfidenzintervall für den wahren Anteil negativer Gewinne zum Niveau  $\alpha = 0,06$ . Welche Schlussfolgerung ergibt sich für den Leiter des Risikomanagements aus Ihrem Ergebnis? 3 P.
- b) Zur Schätzung des Erwartungswertes stehen die Schätzfunktionen 5 P.

$$g_1 = \frac{1}{n-k} \sum_{j=1}^{n-k} X_j \quad \text{und} \quad g_2 = \frac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_n)$$

zur Verfügung.

Vergleichen Sie die Schätzer  $g_1$  und  $g_2$ . Geben Sie dabei in Abhängigkeit von der Konstanten  $k \in \mathbb{N}$  an, für welche Stichprobengröße  $n$  der Schätzer  $g_1$  im Vergleich zum Schätzer  $g_2$  ein geeigneterer Schätzer für  $\mu$  ist.

Finden Sie Ihr Ergebnis intuitiv? Erläutern Sie kurz.

- c) Ein beliebiger Punktschätzer für einen unbekanntem Parameter einer Grundgesamtheit sei nicht konsistent. Erläutern Sie kurz, welche inhaltliche Konsequenz sich daraus ergibt. 2 P.

### Aufgabe 3 (14 Punkte)

- a) Ein Tierpfleger notiert sich das exakte Alter seiner ihm anvertrauten 50 Affen und klassiert dies in folgender Tabelle:

Alter (in Jahren)	$0 \leq X < 2$	$2 \leq X < 4$	$4 \leq X < 6$	$6 \leq X < 8$	$8 \leq X < 10$
Anzahl	6	13	15	11	5

Die Varianz der Grundgesamtheit sei 5,29. Überprüfen Sie zum Niveau  $\alpha = 0,05$ , ob das erwartete Alter der Affen weniger als 5 Jahre beträgt. 4 P.

- b) Um eine neu anzuschaffende Maschine zu prüfen, führen 10 zufällig ausgewählte Arbeiter einen bestimmten Arbeitsgang an dieser Maschine durch. Dabei ergeben sich folgende Ausführungszeiten:

Ausführungszeiten in *min*

15,4	18,2	16,3	17,5	17,1	15,9	16,7	15,1	16,6	17,2
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- ba) Prüfen Sie die Hypothese, dass die mittlere Ausführungszeit 16 min beträgt ( $\alpha = 0,05$ ), wenn Normalverteilung unterstellt wird und  $\sigma^2 = 1$  bekannt ist. 3 P.
- bb) Nach einem Lehrgang dieser 10 Mitarbeiter wird die durchschnittliche Ausführungszeit erneut erhoben, wobei sich Folgendes ergibt:

Ausführungszeiten in *min* nach dem Lehrgang

15,1	14,8	17,1	16,2	15,4	15,5	16,6	14,7	15,9	17,3
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Prüfen Sie, ob sich die durchschnittliche Ausführungszeit nach dem Lehrgang um 1 min verbessert hat.  $\sigma^2$  sei unbekannt und die Normalverteilungsannahme habe weiter Bestand. 7 P.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es wurden 500 Familien nach ihrer Anzahl der Kinder ( $X$ ) und ihrem Bruttoeinkommen ( $Y$ ) befragt, um herauszufinden, ob ein Zusammenhang besteht. Das Ergebnis der Befragung ist nachstehend tabelliert:

Brutto- einkommen	Anzahl der Kinder				$\Sigma$
	0	1	2	$\geq 3$	
0 - 1000	10	25	60	35	
1000 - 2000	40	50	80	20	
2000 - 5000	10	30	50	15	
5000 - 10000	40	20	0	15	
	$\Sigma$				500

- a) Lässt sich zum 5%-Niveau eine Abhängigkeit der Daten feststellen? 5 P.
- b) Können Sie anhand ihrer Schlussfolgerung in Aufgabenteil (a) eine Aussage bezüglich der linearen Abhängigkeit treffen? Testen Sie zum 1%-Niveau, ob eine Korrelation vorliegt und legen Sie zum einen Normalverteilung und zum anderen eine Kinderobergrenze von fünf zugrunde. 5 P.
- c) Ein weiterer Statistiker behauptet, dass der Test in Aufgabenteil b) so nicht durchgeführt werden darf. Beurteilen Sie das Vorgehen und insbesondere getroffene Annahmen in b) kritisch. 2 P.