

Klausur Beschreibende Statistik am 30.07.2010

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Bei der Fußballweltmeisterschaft wurde bei 10 Spielen die Anzahl der Tore gezählt. Es ergab sich folgendes Bild:

Anzahl Spiele	2	2	3	2	1
Anzahl Tore	0	1	2	3	4

- Berechnen und zeichnen Sie die empirische Verteilungsfunktion des Merkmals „Anzahl Tore“. 4 P.
- Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median, den Modus und das obere Quartil für die Anzahl der geschossenen Tore. 4 P.
- Würden Sie bei diesem Datensatz den Median dem arithmetischen Mittel vorziehen? (Kurze Begründung) 1 P.
- Berechnen Sie die Stichprobenvarianz und den Variationskoeffizienten des Merkmals „Anzahl Tore“. 4 P.
- Ein Wettanbieter zahlt bei einem Gewinnspiel als Gewinn das Dreifache der Toranzahl. Berechnen Sie den Variationskoeffizienten des Gewinns. 2 P.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

- Ein Statistiker möchte den Zusammenhang zwischen dem Durchschnittsalter der deutschen Nationalmannschaft und ihrem Abschneiden bei der Weltmeisterschaft bestimmen und berechnet daher einen Korrelationskoeffizienten. Welchen Korrelationskoeffizienten sollte er wählen und warum? Worauf sollte er bei deren Berechnung achten? 3 P.
- Begründen Sie kurz, warum die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. 3 P.
 - Liegt eine negative Korrelation zwischen X und Y vor, so bedeutet das, dass bei fallendem Y auch X sinkt.
 - Ist die Kovarianz zwischen zwei Merkmalen größer als 5, so spricht man von einem starken Zusammenhang.
 - Der Chi-Quadrat-Koeffizient (χ^2) ist bei Unabhängigkeit von zwei Merkmalen gleich 1.

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Die 32 Mannschaften der Gruppenphase der Weltmeisterschaft 2006 haben folgende Tore in der Vorrunde geschossen.

Anzahl Tore	0	1	2	3	4	5	7	8
Anzahl Mannschaften	1	2	8	7	3	7	1	3

- aa) Untersuchen Sie die Gruppenphase hinsichtlich ihrer Konzentration. Zeichnen Sie dafür eine Lorenzkurve. 8 P.
 - ab) Die Fläche zwischen der Lorenzkurve und der Winkelhabierenden beträgt 0,1526. Treffen Sie eine Aussage bezüglich der relativen Konzentration.
- ba) Wie viele Tore muss eine Mannschaft mindestens schießen, um zu den 50% torreichsten Mannschaften zu gehören? 5 P.
 - bb) Wie viel Prozent der Tore schossen die 30% schwächsten (= geringe Toranzahl) Mannschaften?
 - bc) Wie viel Prozent der Mannschaften haben die 20% meisten Tore geschossen?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Ein Preisindex für Fanartikel wird aus einem Warenkorb mit den Gütern Fanschal, Trikot und Vuvuzela erstellt. Von der Basis- zur Berichtsperiode wurden für die Güter folgende Preisänderungen beobachtet:

	Preisänderung	Ausgabenanteil
Trikot	15 %	75 %
Schal	-7 %	12,5 %
Vuvuzela	7 %	12,5 %

- a) Berechnen Sie den Preisindex nach Laspeyres. 3 P.
- b) Wie verändert sich der Wert des Preisindex bei einer Umrechnung der Preise von Euro in Südafrikanische Rand (1 EUR = 9,3 ZAR) 1 P.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

- a) Begründen Sie kurz, welche der folgenden Ereignispaare disjunkt, unabhängig bzw. Komplementärereignisse sind. 3 P.
- aa) A: Die Mannschaft K scheidet im Halbfinale aus.
B: Die Mannschaft K scheidet nicht im Halbfinale aus.
- ab) A: Die Mannschaft L gewinnt die Vorrunde in Gruppe 1.
B: Die Mannschaft M gewinnt die Vorrunde in Gruppe 6.
- ac) A: Die Mannschaft S gewinnt den WM-Titel 2014.
B: Die Mannschaft T gewinnt den WM-Titel 2014.
- b) Wählen Sie ein Beispiel ihrer Wahl zur Beschreibung eines vollständigen Systems bzw. einer Zerlegung. 2 P.
- c) Ein Wettbüro errechnet während einer Weltmeisterschaft stets zeitnah die Chance jedes Teilnehmers auf den Weltmeistertitel. Die Wahrscheinlichkeit, dass Deutschland bei der nächsten WM Weltmeister wird, beträgt laut Berechnungen, die vor dem Beginn der Weltmeisterschaft getätigt wurden, 8,3%. Das Wettbüro geht davon aus, dass sich die Chance auf den Titelgewinn um 50% erhöht, wenn das allererste Turnierspiel gewonnen wird. Die Wahrscheinlichkeit für einen Sieg der deutschen Mannschaft im ersten Spiel wird mit 65% beziffert.
- ca) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Deutschland das 1. Spiel gewinnt und auch Weltmeister wird?
- cb) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim Erreichen des Weltmeistertitels auch das 1. Spiel gewonnen wurde?

Aufgabe 6 (14 Punkte)

Die Anzahl der pro Zuschauer im Stadion konsumierten Bratwürste folgt einer Verteilung mit der folgenden Dichte

$$f(x) = -ax + 0.5 \quad \text{für} \quad 0 \leq x \leq 4.$$

- a) Bestimmen Sie die Konstante a derart, dass $f(x)$ eine zulässige Dichte darstellt. 3 P.
Hinweis: Sollten Sie Aufgabenteil a) nicht lösen können, gehen Sie im Folgenden von $a = \frac{1}{8}$ aus.
- b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion. 1 P.
- c) Berechnen Sie Erwartungswert, Median, Modus und Varianz obiger Verteilung. Was können Sie über die Schiefe der Verteilung aussagen? 10 P.